



فصل ۱

مجموعه ها

www.miadmolaie.com



فصل ۱


سوال احتمال ۱
مفاهیم اولیه مجموعه

۱) اعضای آن مشخص باشند

شرط ها

✓ بازیکن های تیم استقلال


✗ سه گل فوشبو



۲) اعضای آن متمایز باشند

✓ {۱, ۲, ۳}

✗ {۱, ۲, ۳, ۳}



اگر $m \in A$ عضو مجموعه A باشد :


عضویت

مجموعه ها

اگر $n \notin A$ عضو مجموعه A نباشد :

$A = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$

$۳ \in A$ $۸ \notin A$



تعریف: مجموعه ای که هیچ عضوی نداشته باشد

تهی

نماد ها: \emptyset و $\{ \}$

تذکر مهم $\{ \cdot \}$ و $\{ \emptyset \}$ مجموعه های تهی نیستند.



فصل ۱

سوال احتمال ۲
زیر مجموعه - مجموعه هار
برابر - زیباخ ریاضی

اگر همه اعضای مجموعه A عضو مجموعه B باشند، آنگاه A زیرمجموعه B است. $A \subseteq B$

اگر عضوی در مجموعه A باشد که در مجموعه B نباشد، آنگاه A زیرمجموعه B نخواهد بود. $A \not\subseteq B$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{1, 8\}$$

$$B \subseteq A$$

$$C \not\subseteq A$$



هر مجموعه، زیر مجموعه خودش است. $A \subseteq A$

تهی زیر مجموعه همه مجموعه هاست. $\emptyset \subseteq A$

تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه n عضوی: 2^n

$$A = \{a, b, c\}$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه های مجموعه } A = 2^3 = 8$$



نوشتن زیرمجموعه های یک مجموعه

$$A = \{a, b, c\}$$

زیرمجموعه های صفر عضوی: $\{ \}$

زیرمجموعه های یک عضوی: $\{a\}, \{b\}, \{c\}$

زیرمجموعه های دو عضوی: $\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$

زیرمجموعه های سه عضوی: $\{a, b, c\}$



اگر A و B باشند، (هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B و هر عضو مجموعه B عضوی از A باشد) آنگاه مجموعه های A و B باهم مساوی هستند.

$$A = B$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$A = B$$



$$B = \left\{ \frac{2}{2}, \frac{4}{2}, \frac{6}{2} \right\}$$

$$A \neq C$$

$$C = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$B \neq C$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

مجموعه اعداد طبیعی

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

مجموعه اعداد حسابی

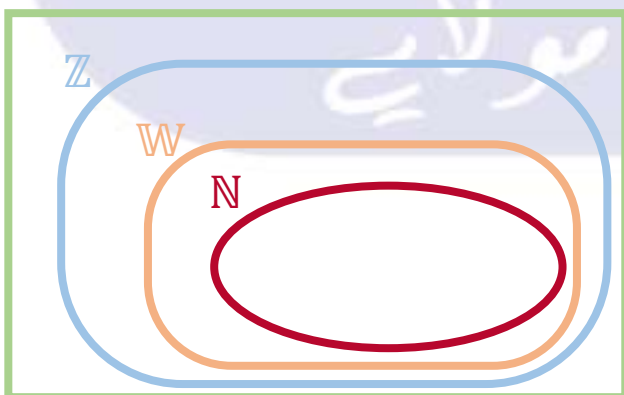
$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

مجموعه اعداد صحیح

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

مجموعه اعداد گویا

\mathbb{Q}





زبان فارسی: مجموعه اعداد زوج طبیعی

$$E = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

نوشتن اعضا:

$$E = \{2x | x \in \mathbb{N}\}$$

زبان ریاضی:



زبان فارسی: مجموعه اعداد فرد طبیعی

$$O = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

نوشتن اعضا:

$$O = \{2x - 1 | x \in \mathbb{W}\}$$

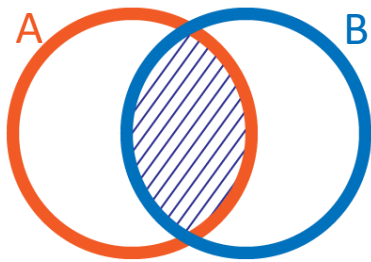
زبان ریاضی:

میعاد مولایی

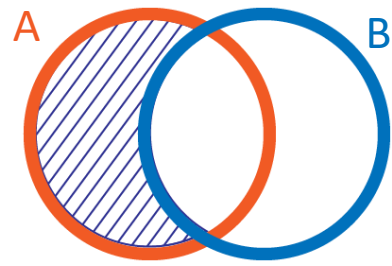


فصل ۱

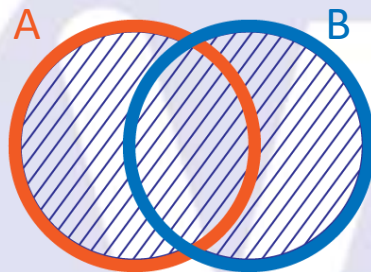
سوال اجتهاد ۲
بازریبا مجموعه ها
اشتراک - اجتماع - تفاضل



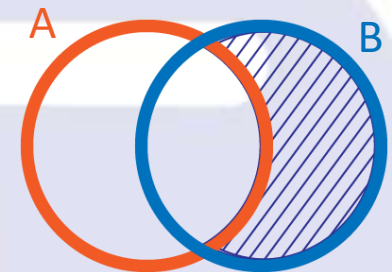
$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ و } x \in B\}$$



$$A - B = \{x | x \in A \text{ و } x \notin B\}$$



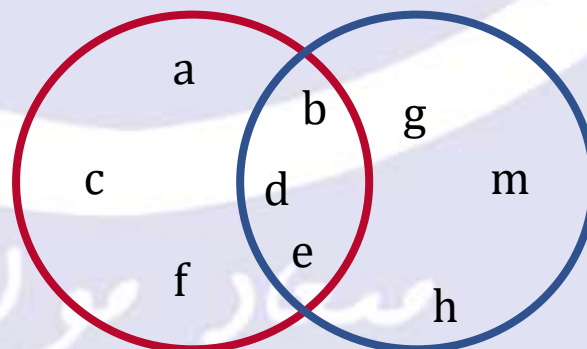
$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ و } x \in B\}$$



$$B - A = \{x | x \notin A \text{ و } x \in B\}$$

$$A = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$B = \{b, d, e, g, h, m\}$$



$$A - B = \{a, c, f\}$$

$$B - A = \{g, h, m\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h, m\}$$

$$A \cap B = \{b, d, e\}$$

فصل ۱

سوال احتمال ۴
احتمال

نحوه محاسبه احتمال:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالت ها}}$$

تعداد حالت های ممکن در پرتاب n تاس:

$$n(S) = 6^n$$

تاسی را پرتاب می کنیم. مطلوب است مناسبه احتمال آنکه:
 الف) عدد روشده زوج باشد.
 ب) عدد روشده کوچک تر از ۵ باشد.



الف) $A = \{2, 4, 6\}$
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ب) $B = \{1, 2, 3, 4\}$
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

تعداد حالت های ممکن در پرتاب n سکه یا تولد n فرزند:

$$n(s) = 2^n$$

خانواده ای دارای سه فرزند است. احتمال اینکه تعداد پسر های
 این خانواده فرد باشد را مناسبه کنید.



$$A = \{(پ، پ، پ)، (پ، د، د)، (د، پ، د)، (د، د، پ)\}$$

$$S = \{(پ، پ، پ)، (پ، پ، د)، (پ، د، پ)، (پ، د، د)، (د، پ، پ)، (د، پ، د)، (د، د، پ)، (د، د، د)\}$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

سکه ای را دوبار پرتاب می کنیم. احتمال اینکه هر دو بار خط ظاهر شود چقدر است؟



$$A = \{(خط، خط)\}$$

$$S = \{(شیر، شیر)، (خط، شیر)، (شیر، خط)، (خط، خط)\}$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$



فصل ۲

عدد های حقیقی

www.miadmolaie.com

فصل ۲

سوال احتمال ۵

اعداد گویا

نمایش اعشاری
اعداد کسری

اگر مخرج فقط عامل ۲ یا ۵ داشته باشد.

مختوم

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$



$$\frac{4}{10} = 0\frac{2}{5}$$

$$\frac{6}{20} = 0\frac{3}{10}$$

اگر مخرج عامل ۲ یا ۵ نداشته باشد

متناوب

$$\frac{1}{9} = 0.\overline{11111} = 0.\overline{1}$$

$$\frac{1}{3} = 0.\overline{333333} = 0.\overline{3}$$

$$\frac{1}{7} = 0.\overline{142857142857} = 0.\overline{142857}$$



اگر مخرج به جز عامل ۲ یا ۵، عوامل دیگر هم داشته باشد

مركب

$$\frac{1}{15} = 0.06666 = 0.\overline{06}$$

$$\frac{1}{12} = 0.0833333 = 0.\overline{083}$$

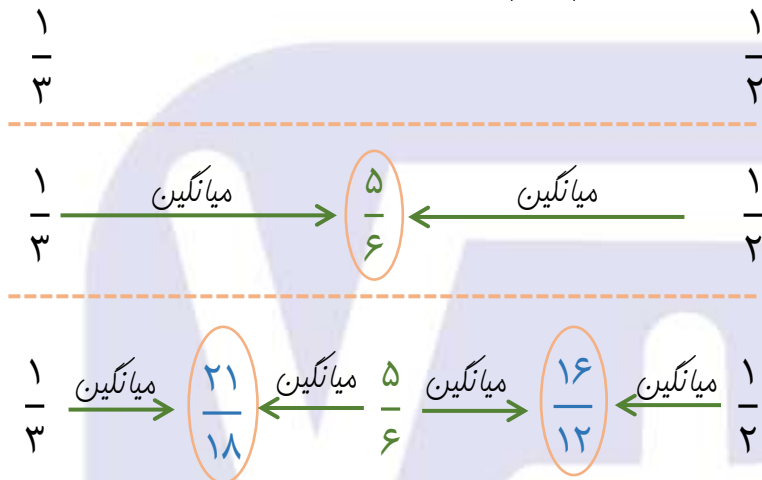
$$\frac{1}{66} = 0.015151515 = 0.\overline{015}$$



روش اول: میانگین

با میانگین گرفتن بین هر دو کسر دلخواه می توانیم کسر جدیدی میان آنها اضافه کنیم.

بین کسر های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ سه کسر دیگر اضافه کنید.



نوشتن کسر جدید
بین دو کسر

روش دوم: مخرج مشترک

بعد از گرفتن مخرج مشترک میان کسر ها و چند برابر کردن آنها می توانیم کسر های جدیدی میان آنها بیابیم.

بین کسر های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ سه کسر دیگر اضافه کنید.



Diagram illustrating the second step of the method:

Initial fractions: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{6}{24}$ and $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{12}{24}$

Resulting fractions: $\frac{6}{24}, \frac{8}{24}, \frac{9}{24}, \frac{11}{24}, \frac{12}{24}$ are shown between $\frac{6}{24}$ and $\frac{12}{24}$.

Final fractions: $\frac{1}{3}, \frac{8}{24}, \frac{9}{24}, \frac{11}{24}, \frac{1}{2}$ are shown between $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{2}$.

برای مرتب کردن کسر ها مخرج مشترک می گیریم.



کسر های زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{1}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{3}{24}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$$

$$\frac{3}{24} < \frac{6}{24} < \frac{8}{24} < \frac{10}{24} < \frac{12}{24} < \frac{16}{24} < \frac{18}{24} < \frac{20}{24} \rightarrow \frac{1}{8} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

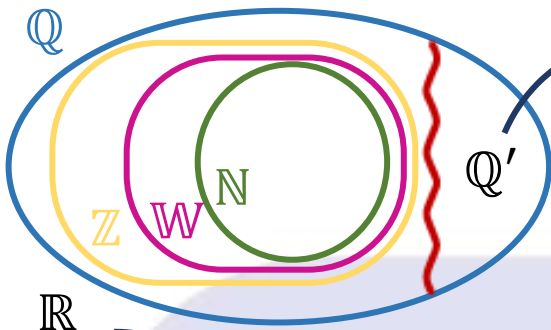
میعار مولایه



فصل ۲

سوال احتمال ۶
اعداد گنگ - اعداد حقیقی

آشنایی با مجموعه اعداد



اعداد گنگ: عدد هایی مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt[3]{10}$ و π و... که تعداد ارقام اعشاری آنها بی شمار و فاقد دوره تناوب است عدد گنگ (اصم) نامیده می شوند.



\mathbb{R}

اعداد حقیقی: از اجتماع مجموعه اعداد گنگ و گویا، مجموعه اعداد حقیقی حاصل می شود.

نوشتن عدد گنگ بین دو عدد گویا

بین دو عدد 3 و 4 ، سه عدد گنگ بنویسید.



$$3 = \sqrt{9}$$

$$4 = \sqrt{16}$$

$$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{12} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$$



$$3 < \sqrt{10} < \sqrt{12} < \sqrt{15} < 4$$



الف) بین هر دو عدد گنگ، بیشمار عدد گویا وجود دارد.



ب) بین هر دو عدد گویا، بیشمار عدد گنگ وجود دارد.



پ) عددی وجود دارد که هم گنگ و هم گویا باشد.




ت) جمع و تفریق دو عدد گنگ، همواره گنگ است.



ث) هر عدد طبیعی، عددی حقیقی است.



$Q \cap Q' = \emptyset$ 

$N \subseteq Q'$ 

$Z \subseteq Q$ 

$Z \subseteq Q'$ 



$Q \cap Q' = \emptyset$

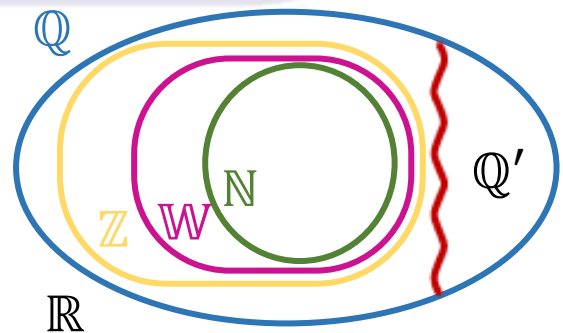
$R - Q' = Q$

$R \cup Q = R$

$N \cup Z = Z$

$Z \cup W = Z$

$W \cap N = N$



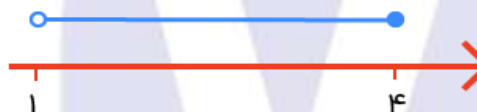
نمایش اعداد حقیقی روی محور



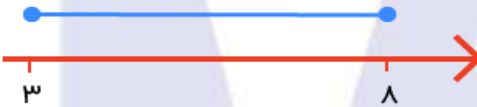
$$A = \{x | x \in \mathbb{R}, 2 < x < 5\}$$



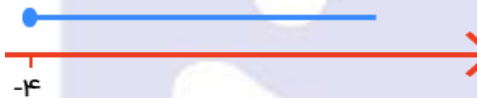
$$B = \{x | x \in \mathbb{R}, 3 \leq x < 7\}$$



$$C = \{x | x \in \mathbb{R}, 1 < x \leq 4\}$$



$$D = \{x | x \in \mathbb{R}, 3 \leq x \leq 8\}$$



$$E = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq -4\}$$



$$F = \{x | x \in \mathbb{R}, x < 3\}$$

نمایش روی محور

زبان ریاضی

دایره توپر



عددی که مساوی داره

دایره توخالی



عددی که مساوی نداره

فصل ۲

سوال احتمال ۷

قدر مطلق

فاصله نقطه از مبدا

تعریف

$$|a| = a \quad a \geq 0$$

$$|a| = -a \quad a < 0$$

حاصل

قدر مطلق

$$|3| = 3$$

$$|0| = 0$$

$$|-4| = -(-4) = 4$$



$$\sqrt{a^2} = |a|$$

ارتباط با رادیکال
و توان

$$\sqrt{(3-5)^2} = |3-5| = |-2| = -(-2) = 2$$

$$\sqrt{(10-2\sqrt{5})^2} = |10-2\sqrt{5}| = 10-2\sqrt{5}$$





فصل ۳

استدلال و اثبات در هندسه

www.miadmolaie.com

فصل ۳

سوال اجتهاد ۸

استدلال

استدلال یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته های قبلی رای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده

استدلال

تمام خانم های خانواده مادری من پسر دوست هستند، پس یکی از فاله های مادرم که هنوز ندیدمش هم پسر دوست است



چون همه مدل های قهوه باعث هوشیاری بیشتر می شوند، پس قهوه ماده ای در آن ها قرار دارد که باعث رفع خواب آلودگی می شود.

استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه دهد

اثبات

مثالی است که نادرستی یک قضیه را ثابت می کند

مثال نقض

قضیه: همه اعداد اول، فرد هستند
مثال نقض: عدد ۲ یک عدد اول و زوج است



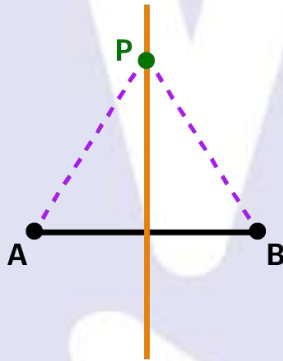
فرض

اطلاعات مسئله

حکم

خواسته های مسئله

نشان دهید هر نقطه روی عمود منصف پاره خط از دو سر پاره خط به یک فاصله است

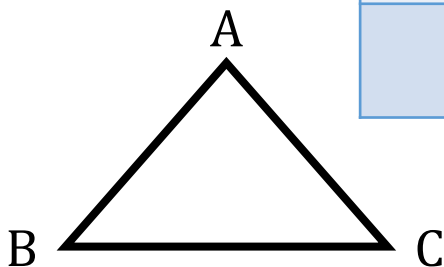


فرض	حکم
$AH = BH$ $\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2$	$AP = BP$

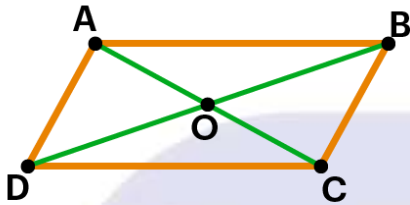
نشان دهید مجموع زوایا داخلی هر مثلث 180° است

فرض	حکم
$AH = BH$ $\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2$	$AP = BP$

فرض	حکم
مثلث ABC	$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$

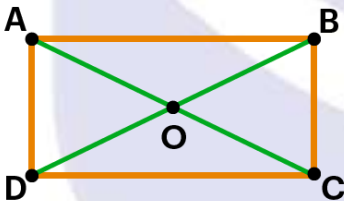


پدر جد خاندان



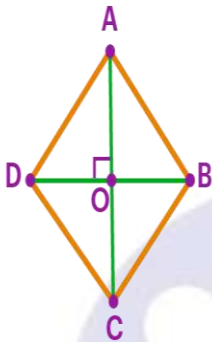
- زاویه های مقابل برابرند ✓
- زاویه های مجاور مکمل اند ✓
- اضلاع مقابل دوجه دو موازی اند ✓
- قطرها منصف اند ✓

جهش ژنتیکی اول



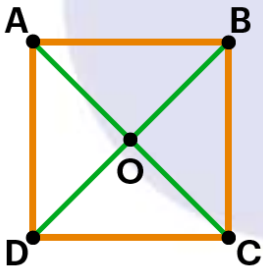
- زاویه های مقابل برابرند ✓
- زاویه های مجاور مکمل اند ✓
- هر چهار زاویه 90° هستند ✓
- اضلاع مقابل باهم دوجه دو موازی و مساوی اند ✓
- قطرها منصف اند ✓
- قطرها باهم برابرند ✓

جهش ژنتیکی دوم



- ✓ زاویه های مقابل برابرند
- ✓ زاویه های مجاور مکمل اند
- ✓ اندازه اضلاع باهم برابر است
- ✓ اضلاع مقابل دوجه دو باهم موازی و مساوی اند
- ✓ قطر ها منصف اند
- ✓ قطر ها برهم عمودند

به روز ترین چهار ضلعی ممکن



- ✓ زاویه های مقابل باهم برابرند
- ✓ زاویه های مجاور مکمل اند
- ✓ تمام زوایا باهم برابر و برابر هستند
- ✓ اضلاع دوجه دو باهم موازی و مساوی اند
- ✓ اضلاع باهم برابر هستند
- ✓ قطر ها منصف اند
- ✓ قطر ها برهم عمودند
- ✓ قطر ها باهم برابرند

فصل ۳

سوال احتمال ۹
همزیست در مثلث ها

برابری سه ضلع

برابری دو ضلع و
زاویه بین آنها

برابری دو زاویه و
ضلع بین آنها

در همه مثلث ها

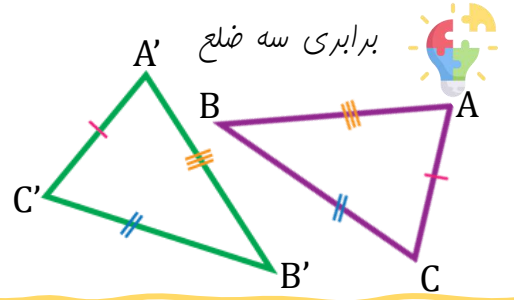
حالت های
همنهشتی

برابری وتر و یک
ضلع قائم

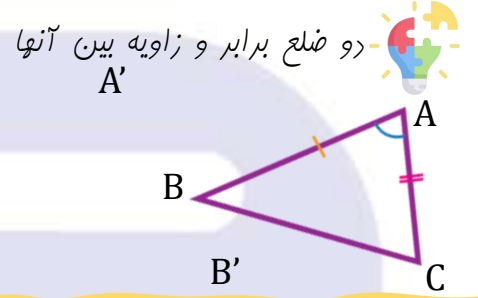
در مثلث قائم
الزاویه

برابری وتر و یک
زاویه تند

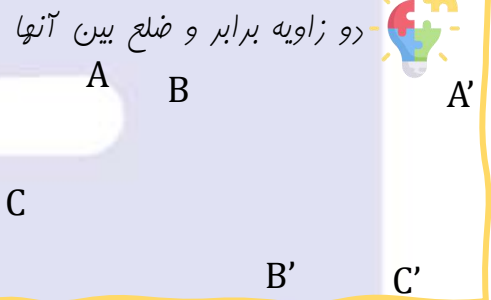
$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$$



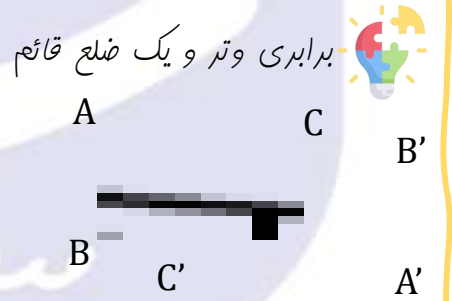
$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$$



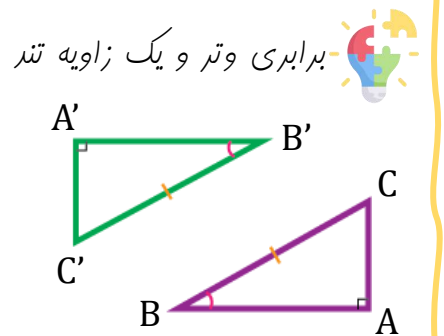
$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$$



$$\left. \begin{array}{l} BC = B'C' \\ AC = A'C' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه}} \Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$$



فصل ۴

سوال اجتمالی ۱۰
حل مسئله در هندسه

**روابط بین زاویه ها و
کمان ها در دایره**

زاویه مرکزی

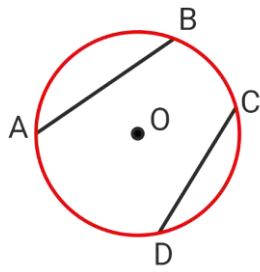
**زاویه ای است که رأس
آن روی مرکز دایره
قرار دارد**

**اندازه زاویه مرکزی
برابر است با اندازه
کمان مقابل به زاویه**

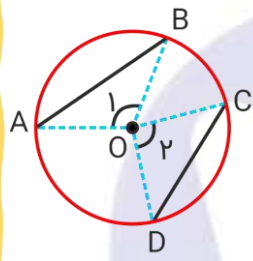
زاویه محاطی

**زاویه ای است که
رأس آن روی محیط
دایره قرار دارد**

**اندازه زاویه محاطی
برابر است با نصف
اندازه کمان مقابل به
زاویه**



در شکل مقابل وتر های AB و CD باهم مساوی اند.
 نشان دهید کمان های \widehat{AB} و \widehat{CD} مساوی اند.

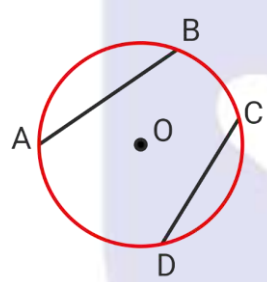


شعاع دایره: $OA = OC$
 شعاع دایره: $OB = OD$
 شعاع دایره: $AB = CD$

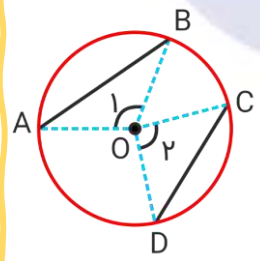
$\left. \begin{array}{l} OA = OC \\ OB = OD \\ AB = CD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \Delta OAB \cong \Delta OCD$

استدلال 

$\Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$



در شکل مقابل وتر های AB و CD باهم مساوی اند.
 نشان دهید کمان های \widehat{AB} و \widehat{CD} مساوی اند.



شعاع دایره: $OA = OC$
 شعاع دایره: $OB = OD$
 $\widehat{AB} = \widehat{CD} \rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2}$

$\left. \begin{array}{l} OA = OC \\ OB = OD \\ \widehat{AB} = \widehat{CD} \rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \Delta OAB \cong \Delta OCD \Rightarrow AB = CD$

استدلال 

میعار مولای

فصل ۴

سوال اجتهاد ۱۱

تسابه

تشابه

تعریف

هرگاه در دو چند ضلعی همه ضلع ها به یک نسبت تغییر یافته باشند و اندازه زاویه ها برابر باشد آن دو چند ضلعی باهم متشابه هستند.

شرط تشابه

(۱) متناسب بودن اضلاع نظیر

(۲) برابری زاویه های نظیر

نسبت تشابه

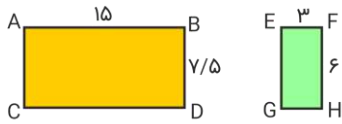
به نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه نسبت تشابه می گویند.

هر دو چند ضلعی منتظم همواره باهم متشابه اند.

مقیاس نقشه

نسبت اندازه نقشه به مقدار واقعی را «مقیاس نقشه» می گویند.

دو شکل رسم شده متشابه هستند، نسبت تشابه آنها را مشخص کنید.



$$\frac{AC}{EF} = \frac{BD}{GH} = \frac{7/5}{3} = 2/5$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{EF} = \frac{BD}{GH} = \frac{AB}{FH} = \frac{CD}{EG} = 2/5$$

$$\frac{AB}{FH} = \frac{CD}{EG} = \frac{15}{6} = 2/5$$

دو لوزی متشابه اند و نسبت تشابه آنها $\frac{2}{5}$ است. اگر ضلع لوزی بزرگ ۱۵ سانتی متر و زاویه تند آن ۵۰ درجه باشد، اندازه ضلع لوزی کوچک و زاویه تند آن را به دست آورید.



$$\text{ضلع لوزی کوچک} : 15 \times \frac{2}{5} = 6$$

زاویه ها تغییر نمی کند پس زاویه لوزی کوچک 50° است.

مقیاس یک نقشه $\frac{1}{100000}$ است. طول خیابانی در این نقشه، $1/5$ سانتی متر است. طول واقعی این خیابان چند متر است؟



نقشه



$$\frac{1}{100000} = \frac{1/5}{x}$$



$$x = 150000 \text{ cm} = 1500 \text{ m}$$

واقعیت



سانتی متر



فصل ۴

توان و ریشه

www.miadmolaie.com

فصل ۴

سوال احتمال ۱۲

توان صحیح

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$



$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$



$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$2^4 \times 3^4 = (2 \times 3)^4 = 6^4$$



$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{4^2}{4^1} = 4^{2-1} = 4^1 = 4$$



$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$\frac{1 \cdot 2}{5^3} = \left(\frac{1 \cdot 2}{5}\right)^3 = 2^3 = 8$$



$$a^0 = 1$$

$$1^a = 1$$

$$1 \cdot \dots = 1$$

$$1 \cdot \dots = 1$$



قوانین توان



فصل ۴

سواد اجتماعی ۱۳

نماد علم

نماد علمی

کاربرد

نمایش بهتر اعداد فیبیلیبی
بزرگ یا فیبیلیبی کوچک

روشن مصرف

$$a \times 10^n$$

یه عدد طبیعی \rightarrow یه عدد بین ۱ تا ۱۰
 $1 \leq a < 10$

$$2/5 \times 10^5 = 250000$$

$$3/1 \times 10^{-7} = 0.00000031$$

$$0.000004 = 4/1000000 = 1/250000 \times 10^{-6}$$

$$19000000 = 19/10000000 \times 10^8$$



معمار مولایه

فصل ۴

سوال احتمال ۱۴

ریشه گیر و ضرب رادیکال ها

ریشه

ریشه دوم

اگر b یک عدد حقیقی مثبت باشد، \sqrt{b} و $-\sqrt{b}$ ریشه های دوم b هستند.

اعداد منفی ریشه دوم ندارند.

ریشه سوم

اگر b یک عدد حقیقی باشد، $\sqrt[3]{b}$ ریشه سوم عدد b خواهد بود.

هر عدد حقیقی تنها یک ریشه سوم دارد.

$$\sqrt{4} \rightarrow \begin{matrix} 2 \\ -2 \end{matrix}$$

$$\sqrt{-9} \rightarrow \text{وجود ندارد}$$

$$\sqrt[3]{8} \rightarrow 2$$

$$\sqrt[3]{-125} \rightarrow -5$$

معاد مولا





فصل ۴

سوال احتمال ۱۵
جمع و تفریق رادیکال ها

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$$

ضرب

رادیکال ها

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

تقسیم

$$\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{2^2 \times 3^2} = 2 \times 3 = 6$$



$$\frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = 2 \sqrt{\frac{24}{6}} = 2\sqrt{4} = 2 \times 2 = 4$$

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \times 4} = \sqrt[3]{8} = 2$$

جمع و تفریق رادیکال ها

$$5\sqrt{7} + \sqrt{7} - 4\sqrt{7} = (5 + 1 - 4)\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$$



$$3\sqrt{20} - 5\sqrt{45} + \sqrt{10} = 3\sqrt{4 \times 5} - 5\sqrt{9 \times 5} + \sqrt{2 \times 5} \\ = (3 \times 2 - 5 \times 3 + \sqrt{2})\sqrt{5} = (\sqrt{2} - 2)\sqrt{5}$$

$$5\sqrt{7} + 6\sqrt{28} + 3\sqrt{63} = 5\sqrt{7} + 6\sqrt{4 \times 7} + 3\sqrt{9 \times 7} = (5 + 6 \times 2 + 3 \times 3)\sqrt{7} = 26\sqrt{7}$$

فصل ۴

سوال احتمالاً ۱۶
گویا کردخ مفرج کسر



$$\frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \times \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{2\sqrt[3]{x}}{x}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt[3]{4ab^2}} = \frac{a+b}{\sqrt[3]{4ab^2}} \times \frac{\sqrt[3]{2a^2b}}{\sqrt[3]{2a^2b}} = \frac{(a+b)\sqrt[3]{2a^2b}}{2ab}$$

میعار مولای



فصل ۱۴

عبارت های جبری

www.miadmolaie.com

فصل ۵

سوال احتمال ۱۷

چند جمله درها

عبارتی که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد

تک جمله ای

$$3x \quad -y^2 \quad 2x^4y^5z$$



تک جمله ای هایی که قسمت حرفی آنها یکسان باشد

تک جمله ای متشابه

$$2x^4y^5z \quad -z^6x^2y$$



توان متغیر تک جمله ای

درجه تک جمله ای

$$-x^2y$$

درجه نسبت به x : ۲
درجه نسبت به y : ۱



حاصل جمع یا تفریق تعدادی تک جمله ای

چند جمله ای

$$3x^2 - 5x^3y^3z + 4yz^3$$



بزرگ ترین توان متغیر چند جمله ای

درجه چند جمله ای

$$4x^3 + 3x^5 + 5x^2 - 6x^7$$

درجه چند جمله ای: ۷



مرتب کردن جملات یک چند جمله ای بر اساس توان های متغیر به صورت نزولی

استاندارد نویسی

$$4x^3 + 3x^5 + 5x^2 - 6x^7 \rightarrow 6x^7 + 3x^5 + 4x^3 + 5x^2$$



فصل ۵

سوال احتمال ۱۸
مفهوم اتحاد و انواع آن

اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیر هایشان حاصل یکسان داشته باشند تساوی جبری آنها را اتحاد جبری می نامیم

تعریف

مربع دو جمله ای

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$



$$(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

مزدوج

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$



$$(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$$

اتحاد های جبری پایه نهم

جمله مشترک

$$(a + b)(a + c) = a^2 + a(b + c) + bc$$



$$(x - 3)(x - 2) = x^2 - 5x + 6$$

اتحاد



فصل ۵

سوال احتمال ۱۹
مفهوم تجزیه و روش‌های آنگ

فاکتور گیری

دو جمله ای ها

اتحاد مزدوج



$$9ax^2 - a = a(9x^2 - 1) = a(3x - 1)(3x + 1)$$

$$\begin{aligned} a^4 - b^4 &= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) \\ &= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) \end{aligned}$$

$$1 - (3z + y)^2 = (1 - 3z - y)(1 + 3z + y)$$

تجزیه

فاکتور گیری

اتحاد مربع دو جمله ای

سه جمله ای ها

اتحاد جمله مشترک



$$x^3 - 2x^2 + x = x(x^2 - 2x + 1) = x(x + 1)^2$$

$$\begin{aligned} ax^2 + 5ax - 50a &= a(x^2 + 5x - 50) \\ &= a(x + 10)(x - 5) \end{aligned}$$



فصل ۵

سوال احتمال ۲۰
نابرابر ها و نامعادله

می توانیم بدون تغییر جهت نامساوی عدد ثابتی را به دو طرف نامعادله اضافه یا از آن کم کنیم

$$\text{if: } a > b \xrightarrow{+c} a + c > b + c$$

$$m > n \xrightarrow{-p} m - p > n - p$$



$$4 > 1 \xrightarrow{+3} 4 + 3 > 1 + 3 \rightarrow 7 > 4$$

$$6 > 2 \xrightarrow{-3} 6 - 3 > 2 - 3 \rightarrow 3 > -1$$

می توانیم بدون تغییر جهت نامساوی عدد مثبتی را در دو طرف نامعادله ضرب یا بر آن تقسیم کنیم

$$\text{if: } a > b \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \times c \\ c > 0 \end{smallmatrix}} ac > bc$$

$$m > n \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \div p \\ p > 0 \end{smallmatrix}} \frac{m}{p} > \frac{n}{p}$$



$$5 > 3 \xrightarrow{\times 2} 10 > 6$$

$$8 > 6 \xrightarrow{\div 2} 4 > 3$$

ویژگی های
نامعادله

اگر عدد منفی را در دو طرف نامعادله ضرب کنیم جهت نامساوی تغییر می کند

$$\text{if: } a > b \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \times c \\ c < 0 \end{smallmatrix}} ac < bc$$



$$5 > 3 \xrightarrow{\times (-2)} -10 < -6$$

اگر دو طرف یک نامعادله را معکوس کنیم جهت نامساوی تغییر می کند.

$$\text{if: } a > b \longrightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$



$$3 > 2 \longrightarrow \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$



فصل 1

خط و معادله های خطی

www.miadmolaie.com



فصل ۶

سوال احتمال ۲۱
ماجره از نقطه و خط

رابطه بین x و y

تعریف

معادله خط

توان x همیشه برابر با 1 است

ویژگی مهم

$$5x - 2y = 4 \quad \checkmark$$

معادله خط هست

$$x^2 + 4 = y \quad \times$$

معادله خط نیست



$$y = x + 3 \quad \checkmark$$

معادله خط هست

$$y^2 + 4 = x \quad \times$$

معادله خط نیست

نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی کدام یک از خط های زیر قرار دارد؟



$$3x - y = -1$$

$$y = 4x + 3$$

جاگذاری به جای x معادله ها $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

جاگذاری به جای y معادله ها $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$3x - y = -1 : 3(1) - (2) = 1 \rightarrow 1 = 1 \quad \checkmark$$

$$y = 4x + 3 : 2 = 4(1) + 3 \rightarrow 2 = 7 \quad \times$$

با توجه به معادله خط $x + y = 5$ به سوال های زیر پاسخ دهید:



الف) اگر $x = 2$ باشد، مقدار y چقدر است؟

$$2 + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 2 = 3$$

ب) اگر $y = -2$ باشد، مقدار x چقدر است؟

$$x + (-2) = 5 \Rightarrow x = 5 + 2 = 7$$

اگر خط $y = -x$ از نقطه $A = \begin{bmatrix} m - 3 \\ m + 1 \end{bmatrix}$ عبور کند،



الف) مقدار m چقدر است؟

$$m + 1 = -(m - 3) \Rightarrow m + 1 = -m + 3 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1$$

ب) مقدمات نقطه A را بدست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 - 3 \\ 1 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

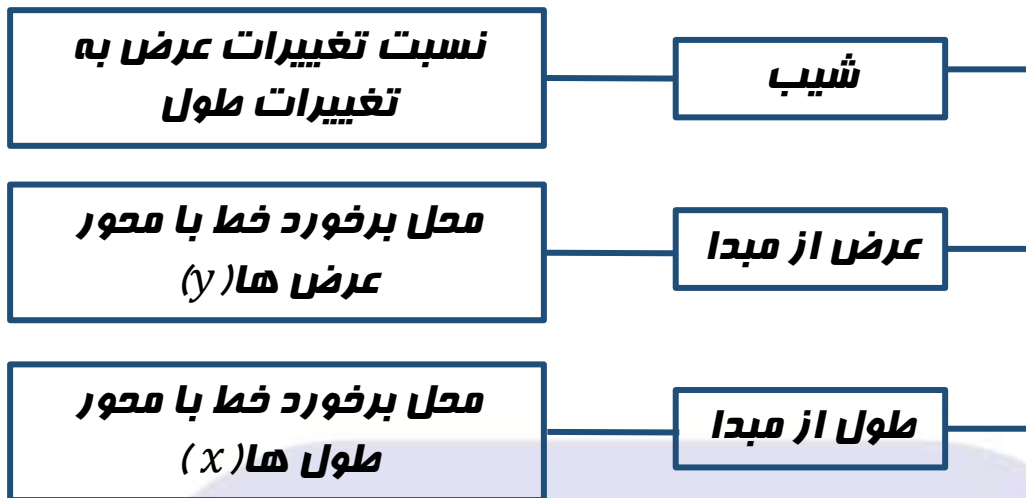
فصل ۶

سوال احتمال ۲۲

شیب - عرض از مبدا - نوشتن

معادله خط

مفاهیم اولیه



شیب و عرض از مبدا خط $y = -2x + 3$ را بدست آورید.



شیب: -2

عرض از مبدا: 3

در معادله خط $y = ax + b$ عدد a شیب خط نامیده می شود.



b ❌

a ✅

عدد b نشان دهنده محل برخورد خط با محور y است.

عرض ها ✅

طول ها ❌

به کمک شیب و عرض از مبدا

به کمک شیب و یک نقطه

به کمک دو نقطه

نوشتن
معادله خط

معادله خطی بنویسید که:



الف) شیب آن ۲ و عرض از مبدا آن ۳ باشد.

$$y = 2x + 3$$

ب) شیب آن -۱ و عرض از مبدا آن ۱ باشد.

$$y = -x + 1$$

پ) شیب آن $\frac{1}{3}$ و عرض از مبدا آن صفر باشد.

$$y = \frac{1}{3}x$$

معادله خطی بنویسید که:



الف) شیب آن ۳ باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$y = 3x + b \Rightarrow 5 = 3(1) + b \Rightarrow b = 5 - 3 = 2 \Rightarrow y = 3x + 2$$

ب) شیب آن $\frac{-1}{2}$ باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$y = \frac{-1}{2}x + b \Rightarrow 2 = \frac{-1}{2}(4) + b \Rightarrow b = 2 + 2 = 4 \Rightarrow y = \frac{-1}{2}x + 4$$

معادله خطی بنویسید که:

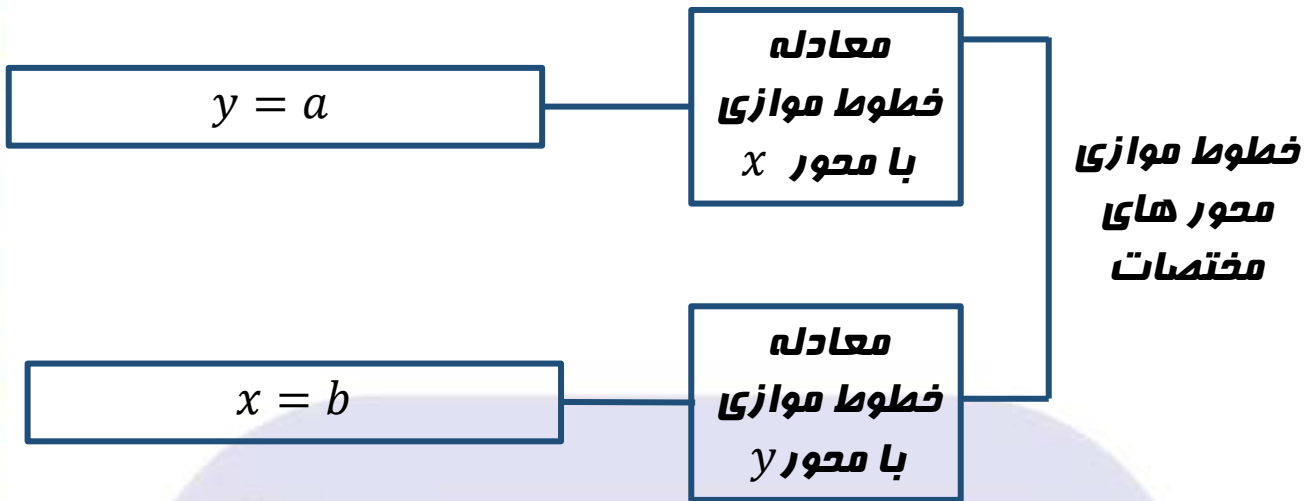


الف) از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$m = \frac{4 - 2}{3 - 0} = \frac{2}{3} \Rightarrow y - 2 = \frac{2}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 2$$

ب) از دو نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$m = \frac{2 - 1}{5 - 2} = \frac{1}{3} \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{3}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$



معادله خطی بنویسید که:



الف) موازی محور x ها باشد و محور عرض هارا در نقطه ای با عرض ۳ قطع کند.

$$y = 3$$

ب) موازی محور طول ها باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$y = 5$$

پ) موازی محور y ها باشد و محور طول هارا در نقطه ای با طول ۴ قطع کند.

$$x = 4$$



شیب و عرض از مبدا خط زیر را مشخص کنید.



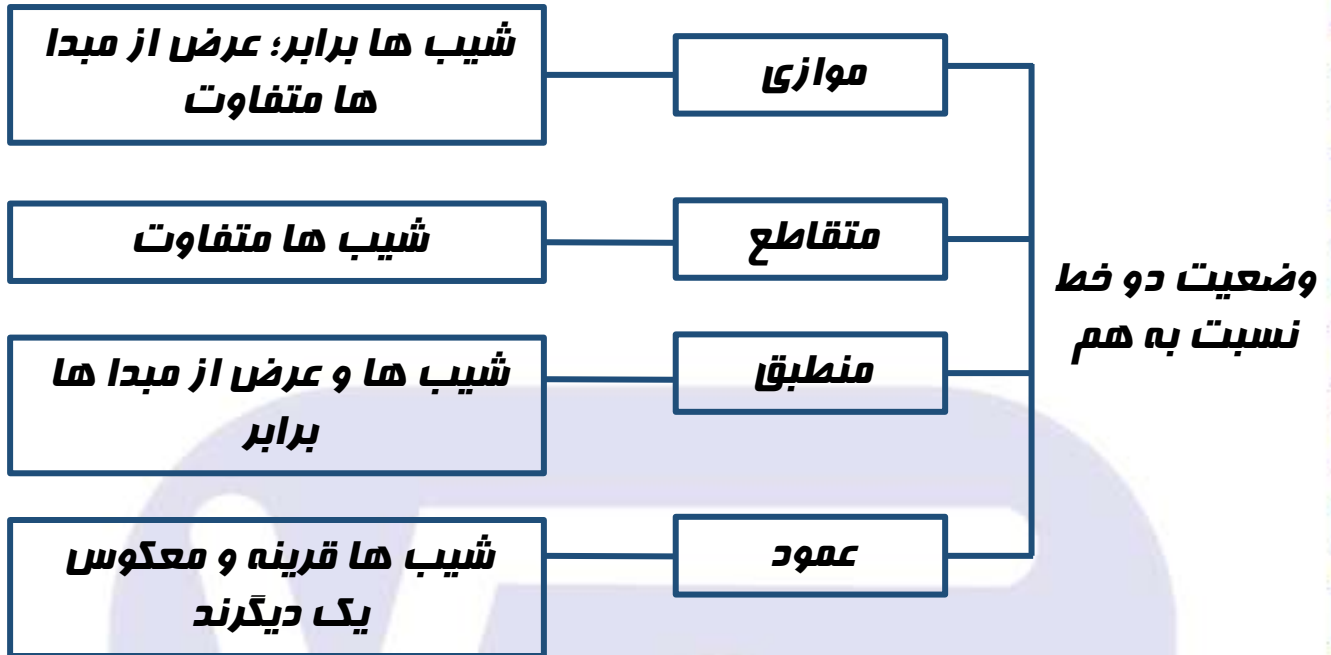
$$3x - 6y = 6$$


$$-6y = 6 - 3x \Rightarrow y = -1 + \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2}$$


شیب:

عرض از مبدا: -1




معادله خطی به صورت $(\frac{m+5}{3})x + (\frac{2m-3}{4})y = m + 1$ می باشد. به ازای چه مقادیری از m این خط موازی محور x هاست؟ 

$$\left(\frac{m+5}{3}\right) = 0 \Rightarrow m = -5$$

به ازای کدام مقدار k 

دو خط $3y + (2k - 3)x = 4$ و $(k - 1)x + 2y = -3$ موازی هستند؟

$$\frac{k-1}{-2} = \frac{2k-3}{-3} \Rightarrow -3k+3 = -4k+6 \Rightarrow k=3$$

به ازای کدام مقدار k 

دو خط $3x + 5y = 7$ و $(k - 1)x + 2y = -3$ عمود هستند؟

$$\frac{k-1}{-2} = -\frac{1}{\frac{-3}{5}} \Rightarrow \frac{k-1}{-2} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3k-3 = -10 \Rightarrow k = -\frac{7}{3}$$



فصل ۶

سوال اجتهاد ۲۴
حل دستگاه معادلات

حل دستگاه معادلات به روش حذفی



$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ -4x - 2y = 8 \end{cases}$$

$$-x = 8 \Rightarrow x = -8$$

$$y = 4 - 2x = 4 - 2(-8) = 4 + 16 = 20$$

حل دستگاه معادلات به روش جایگزینی



$$\begin{cases} 4x + 2y = 1 \\ y - 3x = 2 \end{cases} \xrightarrow{y = 2 + 3x} 4x + 2(2 + 3x) = 1$$

$$\Rightarrow 10x + 4 = 1 \Rightarrow x = -\frac{3}{10}$$

$$y - 3x = 2 \Rightarrow y - 3\left(-\frac{3}{10}\right) = 2 \Rightarrow y = \frac{11}{10}$$

حل مسئله به کمک دستگاه معادلات

در یک مزرعه ۲۰ شترمرغ و گاو وجود دارد. پاهای آنها ۵۶ عدد است. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گاو وجود دارد؟



$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases} \xrightarrow{\times (-2)} \begin{cases} -2x - 2y = -40 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

تعداد شترمرغ ها : x

تعداد گاو ها : y

$$\Rightarrow 2y = 16 \Rightarrow y = 8$$

$$x + y = 20 \Rightarrow x + 8 = 20 \Rightarrow x = 12$$



فصل لا

عبارت های گویا

www.miadmolaie.com

فصل ۷

سوال احتمال ۲۴

آشنایر و آتنايز عبارات گویا

کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای هستند.

تعریف

$$x^2 + 2x - 7 \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-2}} \quad \times$$



$$\frac{x+5}{x-1} \quad \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{x}}{x+y} \quad \times$$

$$\frac{2}{5} \quad \checkmark$$

$$\sqrt{xy} \quad \times$$

$\mathbb{R} - \{\text{مقادیری که مخرج را صفر می کنند}\}$

دامنه

عبارت گویا

$$\frac{a}{a^2-16} : a^2-16=0 \Rightarrow a^2=16 \Rightarrow a=\pm 4$$



$$\frac{3x}{x(\Delta x - 10)} : x(\Delta x - 10) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

عامل های مشترک را از صورت و مخرج حذف می کنیم (بزن بزن!)

ساده کردن

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 4x - 12} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)(x+6)} = \frac{x-2}{x+6}$$



$$\frac{x^2 - 49}{7x^2 - 49x} = \frac{(x-7)(x+7)}{7x(x-7)} = \frac{x+7}{7x}$$

محاسبه مقدار عبارت گویا به ازای مقادیر مختلف متغیر

به ازای چه مقدار هایی از x عبارت گویای $\frac{3x+1}{2x-5}$ برابر ۱ است؟



$$\frac{3x+1}{2x-5} = 1 \Rightarrow 3x+1 = 2x-5 \Rightarrow x = -6$$

به ازای چه مقدار هایی از a دو عبارت $\frac{-3}{a-2}$ و $\frac{2}{a+8}$ برابر هستند؟



$$\frac{-3}{a-2} = \frac{2}{a+8} \Rightarrow -3(a+8) = 2(a-2)$$

$$\Rightarrow -3a - 24 = 2a - 4 \Rightarrow 5a = -20 \Rightarrow a = -4$$

اگر $A = \frac{x^2-9}{3x-9}$ باشد، حاصل $\frac{1}{A} - 1$ را بیابید.



$$\frac{1}{A} - 1 = \frac{3x-9}{x^2-9} - 1 = \frac{3x-9-x^2+9}{x^2-9}$$

$$= \frac{x(3-x)}{(x-3)(x+3)} = \frac{-x}{x+3}$$

فصل ۷

سوال احتمال ۲۵

اعمال جبر روی عبارات گویا
بجز تقسیم

ضرب

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad (b, d \neq 0)$$

تقسیم

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad (b, c, d \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad (b \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd} \quad (b, d \neq 0)$$

**ضرب و
تقسیم**

**جمع و
تفریق**

**چهار عمل اصلی
و عبارت گویا**

**محاسبه حاصل
عبارت های صورت
و مخرج بصورت
جداگانه و تقسیم
آنها بر هم در پایان**

**روش
اول**

**ساده کردن
عبارت مرکب**

**ضرب صورت و
مخرج در عبارتی
مناسب و غیر صفر**

**روش
دوم**

$$\frac{x^3}{x^3 + x - 12} \times \frac{x + 4}{x} = \frac{x^3(x + 4)}{(x^3 + x - 12)x} = \frac{x^3(x + 4)}{x(x - 3)(x + 4)} = \frac{x^3}{x(x - 3)}$$



$$\frac{m^3 - 14m + 49}{m^3 - m} \div \frac{m - 7}{m - 1} = \frac{(m - 7)^3}{m(m - 1)} \times \frac{m - 1}{m - 7} = \frac{m - 7}{m}$$

$$\frac{3a + 4}{2 - b} - \frac{-3 + 7b}{b - 2} = \frac{3a + 4}{2 - b} - \frac{-(-3 + 7b)}{2 - b} = \frac{3a + 4 - 3 + 7b}{2 - b} = \frac{3a + 7b + 1}{2 - b}$$

$$\begin{aligned} \frac{a - 2}{a - 1} + \frac{2a - 6}{a^2 - 1} - \frac{4}{a + 1} &= \frac{(a - 2)(a + 1) + 2a - 6 - 4(a - 1)}{a^2 - 1} \\ &= \frac{a^2 - 2 - a + 2a - 6 - 4a + 4}{a^2 - 1} = \frac{a^2 - 3a - 4}{a^2 - 1} = \frac{(a + 1)(a - 4)}{(a - 1)(a + 1)} = \frac{a - 4}{a - 1} \end{aligned}$$

$$\frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{2} + \frac{x}{4}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{2x + x}{4}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{3x}{4}} = \frac{2x}{2 \times 3x} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\frac{2}{1 - x} + \frac{3}{1 + x}}{1 - \frac{2}{x}} = \frac{\frac{2(1 + x)}{(1 - x)(1 + x)} + \frac{3(1 - x)}{(1 + x)(1 - x)}}{\frac{x - 2}{2}}$$

$$= \frac{\frac{2 + 2x + 3 - 3x}{1 - x^2}}{\frac{x - 2}{2}} = \frac{2(-x + 5)}{(1 - x^2)(x - 2)}$$

فصل ۷

سوال احتمال ۲۶
تقسیم عبارات گویا

بزن بزن

راهکار

تک جمله ای بر تک جمله ای

$$\frac{x^2 y^5 z}{y^3 z^2} = \frac{x^2 y^2}{z}$$



$$\frac{-21x^3 yz^4}{14x^2 y^2 z^6} = -\frac{3x}{2yz^2}$$

تفکیک

راهکار

چند جمله ای بر تک جمله ای

$$\frac{ad + bcd}{cd} = \frac{ad}{cd} + \frac{bcd}{cd} = \frac{a}{c} + b$$



$$\frac{x^2 yz - x^3 yz^4}{xyz} = \frac{x^2 yz}{xyz} - \frac{x^3 yz^4}{xyz} = x - x^2 z^3$$

چکشی

راهکار

چند جمله ای بر چند جمله ای

تقسیم

$$3x^2 + 8x - 11$$

$$x + 1$$

$$-3x^2 + 3x$$

$$3x + 5$$

$$5x - 11$$

$$-5x + 5$$

$$-16$$





فصل ۱۱

حجم و مساحت

www.miadmolaie.com



فصل ۸

سوال احتمال ۲۷

کره و داستان هایتر

گردالی ها

دایره

تعریف

مجموعه نقاطی از صفحه که به فاصله معین و ثابتی از نقطه ای مشخص به نام مرکز قرار دارند.

مساحت دایره

πr^2

محیط دایره

$2\pi r$

کره

تعریف

مجموعه نقاطی از فضا که به فاصله معین و ثابتی از نقطه ای مشخص به نام مرکز قرار دارند.

مساحت کره

$4\pi r^2$

حجم کره

$\frac{4}{3}\pi r^3$

نیم کره

تعریف

نیم کره است دیگه ☹️

مساحت نیم کره

تو پر $3\pi r^2$

تو خالی $2\pi r^2$

حجم نیم کره

$\frac{2}{3}\pi r^3$

مساحت و حجم کره ای به شعاع ۵، ۱ بیاید



$$\text{مساحت کره} = 4\pi r^2 = 4\pi \times 25 = 100\pi$$

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 125 = \frac{500}{3}\pi$$

نسبت اندازه حجم یک کره به اندازه مساحت آن ۱۲ است. شعاع این کره چقدر است؟



$$\text{نسبت حجم به مساحت} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{r}{3} = 12 \Rightarrow r = 36$$

اگر شعاع یک کره ۲ برابر شود، مساحت و حجم آن چند برابر می شود؟



$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi r_2^2}{4\pi r_1^2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{2r}{r}\right)^2 = 4$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_2^3}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = \left(\frac{2r}{r}\right)^3 = 8$$

اگر مساحت رویه یک نیم کره 32π باشد حجم آن چقدر است؟



$$\text{مساحت نیم کره} = 2\pi r^2 = 2\pi \times r^2 = 32\pi \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$$

$$\text{حجم نیم کره} = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi \times 64 = \frac{128}{3}\pi$$

فصل ۸

سوال احتمال ۲۸

هرم و مخروط

یک شکل فضایی است که یک وجه
زیرین به نام قاعده و تعدادی وجه
جانبی به شکل مثلث دارد

تعریف

تعداد راس های هرم با قاعده ضلعی

$$n + 1$$

تعداد یال های هرم با قاعده ضلعی

$$2n$$

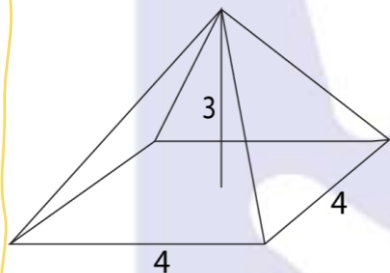
تعداد وجه های جانبی هرم با قاعده ضلعی

$$n$$

حجم هرم

$$\frac{1}{3}Sh$$

هرم ها



$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}(4 \times 4) \times 3 = 16$$



مخروط

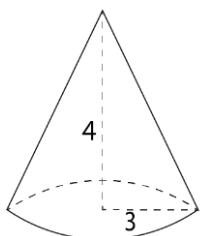
شکل خاص

هرمی که قاعده اش دایره باشد

تعریف مخروط

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

حجم مخروط



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(3 \times 3) \times 4 = 12\pi$$

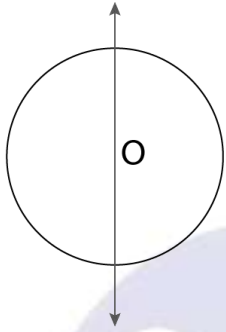


فصل ۸

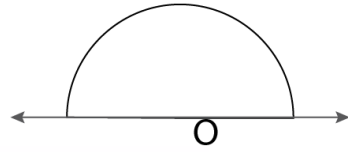
سوال احتمالی ۲۹

رید فضایی

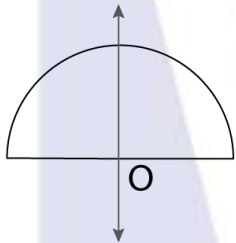
کره به مرکز O



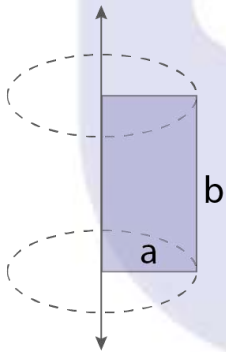
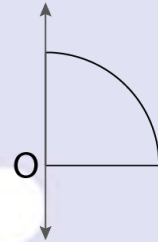
کره به مرکز O



نیم کره به مرکز O

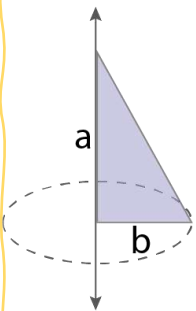


نیم کره به مرکز O



دوران مستطیل به ضلع a و حول ضلع b

استوانه به شعاع a و ارتفاع b

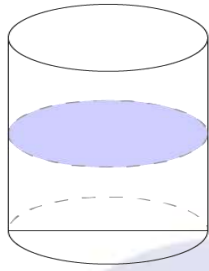


دوران مثلث قائم الزاویه به اضلاع a و حول ضلع a

مفروط به ارتفاع a و شعاع b

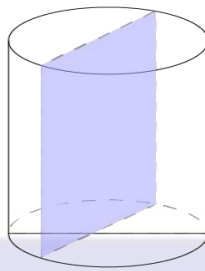
برش استوانه

صفحه موازی با قاعده



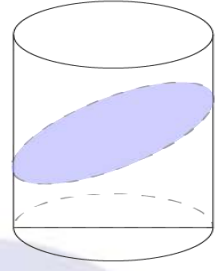
دایره

صفحه عمود بر قاعده



مستطیل

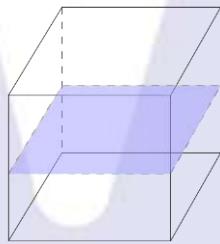
صفحه مورب نسبت به قاعده



بیضی

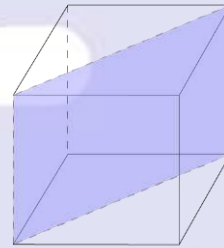
برش مکعب

صفحه موازی با یکی از وجه ها



مربع

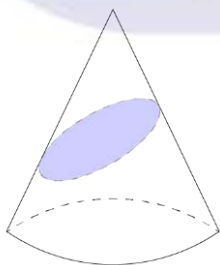
صفحه گذرنده از دو یال موازی



مستطیل

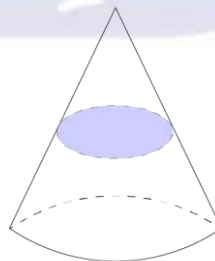
برش مخروط

بقیه حالت ها



بیضی

صفحه موازی قاعده



دایره